

基于弹流润滑转子-滚动轴承系统碰摩- 不对中耦合故障的动力学分析

张俊红¹, 马 梁¹, 马文朋¹, 王 俊¹, 巴 林², 李书明³

(1. 天津大学 机械工程学院 内燃机燃烧学国家重点实验室, 天津 300072;

2. 天津大学 材料科学与工程学院, 天津 300072;

3. 中国民航大学 航空工程学院, 天津 300300)

摘 要: 研究弹流润滑(EHL)转子-滚动轴承系统在碰摩-不对中耦合故障状态下的动力学响应. 基于 EHL 理论与 Hertz 弹性接触理论, 并考虑转静碰摩故障与转子不对中故障, 建立耦合故障作用下转子-滚动轴承系统非线性动力学微分方程, 通过龙格库塔数值解法进行求解得到故障状态下系统振动响应, 对比分析其结果并在航空发动机转子实验台进行验证. 研究表明: ①考虑 EHL 理论对单一碰摩故障系统的影响较大. 考虑 EHL 理论的系统进入拟周期运动与周期 2 运动状态时的转速较未考虑 EHL 理论系统明显提高, 周期 2 解所处的转速区间较未考虑 EHL 理论系统大. ②考虑 EHL 理论对碰摩-不对中耦合故障系统的影响较大. 考虑 EHL 理论的系统由周期 1 解进入拟周期运动, 且进入拟周期状态时的转速较未考虑 EHL 理论的系统明显提高. ③通过计算结果与实验结果进行对比分析, 可发现考虑 EHL 理论的耦合故障系统的转子在 1/2 倍频与 2 倍频处的振动响应均弱于未考虑 EHL 理论的系统, 考虑 EHL 理论的模型比未考虑 EHL 理论的模型能更准确体现耦合故障系统的振动响应.

关 键 词: 转子-滚动轴承系统; 弹流润滑 (EHL); 碰摩-不对中耦合故障; 动力学分析; 转子故障实验
中图分类号: V229⁺.2; TH133.3 **文献标志码:** A

Dynamic analysis of rotor-ball bearings system based on elasto-hydrodynamic lubrication with rubbing-misalignment coupling fault

ZHANG Jun-hong¹, MA Liang¹, MA Wen-peng¹,
WANG Jun¹, BA Lin², LI Shu-ming³

(1. State Key Laboratory of Engines,

School of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China;

2. School of Materials Science and Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China;

3. College of Aeronautical Engineering,

Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China)

Abstract: Dynamic responses of rotor-ball bearing system with elasto-hydrodynamic lubrication (EHL) under rubbing-misalignment coupling faults were studied. Nonlinear dynamic differential equations of rotor-ball bearing system with rubbing-misalignment coupling faults based on EHL and Hertz theory were established. The system equations are numerically integrated to obtain the vibration responses by Runge-Kutta method. Compared with

收稿日期:2013-05-01

基金项目:国家自然科学基金委员会与中国民用航空局联合资助项目(U1233201); 天津市科技计划项目(13ZCZDZX00200)

作者简介:张俊红(1962—),女,天津人,教授、博士生导师,博士,主要研究动力机械振动与噪声控制、机构优化设计和强度可靠性.

通讯作者:李书明(1964—),男,河北邢台人,博士,教授,主要研究航空发动机状态监控与故障诊断、动态测试与故障诊断.

E-mail:mliang@tju.edu.cn

the dynamic characteristics of the rotor system of aero-engine, these were verified through the experimental data. The results show that: (1) Consideration of EHL theory has greatly affected the single rubbing fault system. The onset rotating speed of quasi-periodic to 2-periodic of system with consideration of EHL theory increases more obviously than that without EHL theory, and the rotating speed range of 2-periodic is wider than that without EHL theory. (2) Consideration of EHL theory has greatly affected the rubbing-misalignment coupling fault system. The onset rotating speed of 2-periodic to quasi-periodic increases more obviously than that without EHL theory. (3) By comparing the calculation results with experiment results, it's found that the vibration response at the half and double fundamental frequency of the coupling fault system are weaker than that without EHL theory. The model considering the EHL theory is more accurately to reflect the vibration characteristics of the coupling faults rotor system.

Key words: rotor-ball bearing system; elasto-hydrodynamic lubrication (EHL); rubbing-misalignment coupling fault; dynamic analysis; rotor fault experiment

随着新型航空发动机推质比和效率的不断提高,工作时所受机械激振、气动激振等作用力越来越复杂,并且其结构也向紧凑型、轻量化发展,这导致由振动引起的机械故障发生机率随之增加。对于故障状态下航空发动机转子-滚动轴承系统的振动特性研究及故障诊断研究已成为当前科研领域的重大课题^[1]。

南京航空航天大学陈果教授课题组建立了转子-滚动轴承系统动力学模型,并在不平衡、不对中及碰摩故障状态下进行了航空发动机整机振动分析^[2-3]。文献[4]建立了考虑表面粗糙度的 EHL 滚动轴承-转子动力学模型,分析了不同润滑参数对系统的影响。文献[5]则对 EHL 球轴承-转子系统的非线性动力学响应进行分析。文献[6]建立航空发动机双转子-滚动轴承动力学模型,主要分析了中介轴承对系统的振动特性的影响。文献[7]基于 Jeffcott 转子-滑动轴承动力学模型,分析了密封力对系统的非线性动力学响应。文献[8]对碰摩故障状态下 Jeffcott 转子-滑动轴承系统的非线性动力学特性进行分析。国内外学者对于故障状态下转子-滚动轴承系统动力学模型的建立,常常考虑较多因素,但大多忽略 EHL 作用对故障系统的影响,因此,本文基于 EHL 理论与 Hertz 弹性接触理论,建立转子-滚动轴承系统动力学模型,进行碰摩-不对中耦合故障状态下转子系统的非线性动力学分析。

以航空发动机转子实验台为原型,基于 EHL 理论与 Hertz 弹性接触理论,并考虑转静碰摩与

转子不对中故障,建立耦合故障作用下转子-滚动轴承系统非线性动力学微分方程,通过龙格库塔数值解法进行求解得到故障状态下转子系统振动响应,运用分岔图、频谱图、Poincare 图等图谱分析对比不同系统的响应,说明考虑 EHL 理论对故障转子振动特性的影响,最终对比航空发动机转子实验台实验结果,验证其正确性。

1 系统模型与基本理论

1.1 转子动力学微分方程

航空发动机转子实验台模型可简化为图 1 所示转子-滚动轴承系统,转子两端采用深沟球轴承支承, M_{s1} , M_{r1} , M_{r2} , M_{r3} , M_{s2} 分别为转子等效集中质量; K_1 , K_2 , K_3 , K_4 分别为弹性轴刚度; C_1 和 C_4 分别为转子在轴承处的结构阻尼, C_2 和 C_3 为转子轮盘处的阻尼; σ 为静止时转子与静子的间隙; k_r 为碰摩刚度; e_1 和 e_2 为轮盘偏心距。

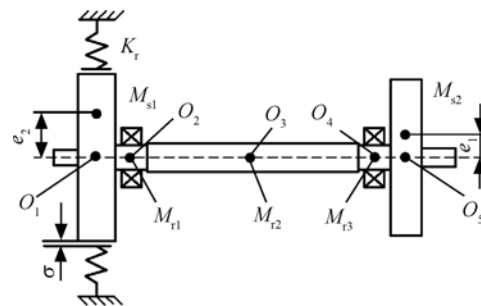


图 1 转子-滚动轴承系统简化模型

Fig. 1 Simplified model of rotor-ball bearing system

$$\begin{cases}
 M_{s1} \ddot{Z}_{s1} = -C_1 \dot{Z}_{s1} - K_1 (Z_{s1} - Z_{r1}) + F_{rZ} + M_{s1} \omega^2 e_1 \cos \omega t \\
 M_{s1} \ddot{Y}_{s1} = -C_1 \dot{Y}_{s1} - K_1 (Y_{s1} - Y_{r1}) + F_{rY} + M_{s1} \omega^2 e_1 \sin \omega t - M_{s1} g \\
 M_{r1} \ddot{Z}_{r1} = -C_2 \dot{Z}_{r1} - K_1 (Z_{r1} - Z_{r2}) - K_2 (Z_{r1} - Z_{s1}) + F_{bZ1} \\
 M_{r1} \ddot{Y}_{r1} = -C_2 \dot{Y}_{r1} - K_1 (Y_{r1} - Y_{r2}) - K_2 (Y_{r1} - Y_{s1}) + F_{bY1} - M_{r1} g \\
 M_{r2} \ddot{Z}_{r2} = -K_2 (Z_{r2} - Z_{r1}) - K_3 (Z_{r2} - Z_{r3}) \\
 M_{r2} \ddot{Y}_{r2} = -K_2 (Y_{r2} - Y_{r1}) - K_3 (Y_{r2} - Y_{r3}) - M_{r2} g \\
 M_{r3} \ddot{Z}_{r3} = -C_3 \dot{Z}_{r3} - K_3 (Z_{r3} - Z_{r2}) - K_4 (Z_{r3} - Z_{r4}) + F_{bZ2} \\
 M_{r3} \ddot{Y}_{r3} = -C_3 \dot{Y}_{r3} - K_3 (Y_{r3} - Y_{r2}) - K_4 (Y_{r3} - Y_{r4}) + F_{bY2} - M_{r3} g \\
 M_{s2} \ddot{Z}_{s2} = -C_4 \dot{Z}_{s2} - K_4 (Z_{s2} - Z_{r3}) + F_{pZ} + M_{s2} \omega^2 e_2 \cos \omega t \\
 M_{s2} \ddot{Y}_{s2} = -C_4 \dot{Y}_{s2} - K_4 (Y_{s2} - Y_{r3}) + F_{pY} + M_{s2} \omega^2 e_2 \sin \omega t - M_{s2} g
 \end{cases} \quad (1)$$

式(1)中 ω 为转子转动角速度; F_{rZ} 和 F_{rY} 为转子摩擦故障力; F_{bZ1} , F_{bY1} , F_{bZ2} , F_{bY2} 为滚动轴承支反力; F_{pZ} 和 F_{pY} 为转子不对中故障力。

为方便计算转子-滚动轴承系统非线性动力学微分方程, 引入无量纲变换。

$$\begin{aligned}
 \tau = \omega t \quad z_{nm} = \frac{Z_{nm}}{\mu} \quad y_{nm} = \frac{Y_{nm}}{\mu} \quad \ddot{y}_{nm} = \frac{\ddot{Y}_{nm}}{\mu \omega^2} \quad (m = r, s; n = 1, 2, 3) \\
 \dot{z}_{nm} = \frac{\dot{Z}_{nm}}{\mu \omega} \quad \dot{y}_{nm} = \frac{\dot{Y}_{nm}}{\mu \omega} \quad \ddot{z}_{nm} = \frac{\ddot{Z}_{nm}}{\mu \omega^2} \quad f_{bZk} = \frac{F_{bZk}}{M_{rk} \mu \omega^2} \quad f_{bYk} = \frac{F_{bYk}}{M_{rk} \mu \omega^2} \quad (k = 1, 3) \\
 f_{lZ} = \frac{F_{lZ}}{M_{sn} \mu \omega^2} \quad f_{lY} = \frac{F_{lY}}{M_{sn} \mu \omega^2} \quad (l = r, p) \quad \bar{g} = \frac{g}{\mu \omega^2}
 \end{aligned}$$

其中 μ 为滚动轴承游隙。式(1)进行无量纲变换为

$$\begin{cases}
 \ddot{z}_{s1} = -\frac{C_1}{M_{s1} \omega} \dot{z}_{s1} - \frac{K_1}{M_{s1} \omega^2} (z_{s1} - z_{r1}) + f_{rZ} + \frac{e_1}{\mu} \cos \tau \\
 \ddot{y}_{s1} = -\frac{C_1}{M_{s1} \omega} \dot{y}_{s1} - \frac{K_1}{M_{s1} \omega^2} (y_{s1} - y_{r1}) + f_{rY} + \frac{e_1}{\mu} \sin \tau - \bar{g} \\
 \ddot{z}_{r1} = -\frac{C_2}{M_{r1} \omega} \dot{z}_{r1} - \frac{K_1}{M_{r1} \omega^2} (z_{r1} - z_{r2}) - \frac{K_2}{M_{r1} \omega^2} (z_{r1} - z_{s1}) + f_{bZ1} \\
 \ddot{y}_{r1} = -\frac{C_2}{M_{r1} \omega} \dot{y}_{r1} - \frac{K_1}{M_{r1} \omega^2} (y_{r1} - y_{r2}) - \frac{K_2}{M_{r1} \omega^2} (y_{r1} - y_{s1}) + f_{bY1} - \bar{g} \\
 \ddot{z}_{r2} = -\frac{K_2}{M_{r2} \omega^2} (z_{r2} - z_{r1}) - \frac{K_3}{M_{r2} \omega^2} (z_{r2} - z_{r3}) \\
 \ddot{y}_{r2} = -\frac{K_2}{M_{r2} \omega^2} (y_{r2} - y_{r1}) - \frac{K_3}{M_{r2} \omega^2} (y_{r2} - y_{r3}) - \bar{g} \\
 \ddot{z}_{r3} = -\frac{C_3}{M_{r3} \omega} \dot{z}_{r3} - \frac{K_3}{M_{r3} \omega^2} (z_{r3} - z_{r2}) - \frac{K_4}{M_{r3} \omega^2} (z_{r3} - z_{r4}) + f_{bZ2} \\
 \ddot{y}_{r3} = -\frac{C_3}{M_{r3} \omega} \dot{y}_{r3} - \frac{K_3}{M_{r3} \omega^2} (y_{r3} - y_{r2}) - \frac{K_4}{M_{r3} \omega^2} (y_{r3} - y_{r4}) + f_{bY2} - \bar{g} \\
 \ddot{z}_{s2} = -\frac{C_4}{M_{s2} \omega} \dot{z}_{s2} - \frac{K_4}{M_{s2} \omega^2} (z_{s2} - z_{r3}) + f_{pZ} + \frac{e_2}{\mu} \cos \tau \\
 \ddot{y}_{s2} = -\frac{C_4}{M_{s2} \omega} \dot{y}_{s2} - \frac{K_4}{M_{s2} \omega^2} (y_{s2} - y_{r3}) + f_{pY} + \frac{e_2}{\mu} \sin \tau - \bar{g}
 \end{cases} \quad (2)$$

1.2 考虑弹流润滑的滚动轴承模型

当滚动轴承在正常工况下工作时, 滚动体与内外圈之间被一层润滑油膜所隔开, 在对滚动轴

承进行动力学特性研究时, 应结合 Hertz 弹性接触理论及 EHL 理论, 综合考虑弹性变形和润滑油膜厚度等因素对转子系统振动特性的影响。

1.2.1 Hertz 弹性接触理论

当不考虑润滑油的影响时,可基于 Hertz 弹性接触理论确定滚动轴承的负荷分布^[9-10],由于研究对象为高速滚动轴承,需考虑滚动体离心力作用,可求得滚动体接触负荷与径向变形公式

$$\begin{aligned}\delta_j &= \delta \cdot \cos j\varphi - \mu = \delta_{ji} + \delta_{jo} = \\ & k_{ji}^{-\frac{2}{3}} \cdot Q_{ji}^{\frac{2}{3}} + k_{jo}^{-\frac{2}{3}} \cdot Q_{jo}^{\frac{2}{3}} = \\ & k_{ji}^{-\frac{2}{3}} \cdot Q_{ji}^{\frac{2}{3}} + k_{jo}^{-\frac{2}{3}} \cdot (\theta_{ji} + F_c)^{\frac{2}{3}} = \\ & \left[k_{ji}^{-\frac{2}{3}} + k_{jo}^{-\frac{2}{3}} \cdot \left(1 + \frac{F_c}{Q_{ji}} \right)^{\frac{2}{3}} \right] Q_{ji}^{\frac{2}{3}}\end{aligned}\quad (3)$$

式(3)中 δ 为内外圈相对位移; δ_j 为某一滚动体的总接触变形; Q_{jo} 为滚动体与外圈接触载荷; Q_{ji} 为滚动体与内圈接触载荷; k_{ji} 为滚动体与内圈接触变形系数; k_{jo} 为滚动体与外圈接触变形系数. j 为滚动体序号; φ 为滚动件之间夹角.

滚动体离心力为

$$F_c = \frac{1}{12} \pi \rho D_b^3 D_m \omega_b^2 \quad (4)$$

式(4)中 ρ 为滚动体密度; ω_b 为滚动体公转角速度; D_b 为滚动体直径; D_m 为轴承节径. 滚动体与内圈接触载荷变形系数为

$$k_{ji} = \left[\frac{\pi^2 K_{efi}^2 E_i^2 \Sigma_i}{4.5 \Gamma_i^3 \left(\sum \kappa_i \right)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

其中第1类、第2类全椭圆积分分别为

$$\Gamma_i = 1.5277 + 0.6023 \ln \left(\frac{R_{Xi}}{R_{Yi}} \right) \quad (6)$$

$$\Sigma_i = 1.0003 + 0.5968 \left(\frac{R_{Yi}}{R_{Xi}} \right) \quad (7)$$

滚动体与内圈接触区域椭圆率

$$K_{efi} = 1.0339 \left(\frac{R_{Xi}}{R_{Yi}} \right)^{0.636} \quad (8)$$

式(8)中 E' 为当量弹性模量; $\sum \kappa_i$ 为滚动体与内圈接触区域主曲率总和; R_{Xi} 和 R_{Yi} 分别为滚动体与内圈滚动方向与垂直于滚动方向的当量曲率半径. 同理也可求得单个滚动体与外圈接触载荷变形系数 k_{jo} .

根据接触变形刚度定义,将式(3)进行推导,可计算得到当量 Hertz 弹性接触刚度公式

$$\begin{aligned}k_{\text{Hertz}} &= \frac{\partial Q_{ji}}{\partial \delta_j} = \left(\frac{\partial \delta_j}{\partial Q_{ji}} \right)^{-1} = \\ & \left(\frac{\partial \left\{ \left[k_{ji}^{-\frac{2}{3}} + k_{jo}^{-\frac{2}{3}} \cdot \left(1 + \frac{F_c}{Q_{ji}} \right)^{\frac{2}{3}} \right] Q_{ji}^{\frac{2}{3}} \right\}}{\partial Q_{ji}} \right)^{-1} = \\ & \left\{ \frac{2}{3} \cdot \left[k_{ji}^{-\frac{2}{3}} + k_{jo}^{-\frac{2}{3}} \cdot \left(1 + \frac{F_c}{Q_{ji}} \right)^{\frac{2}{3}} \right] \cdot Q_{ji}^{\frac{1}{3}} - \right.\end{aligned}$$

$$\left. \frac{2}{3} k_{jo}^{-\frac{2}{3}} \cdot \left(1 + \frac{F_c}{Q_{ji}} \right)^{-\frac{1}{3}} \cdot Q_{ji}^{\frac{4}{3}} \right\}^{-1} \quad (9)$$

1.2.2 EHL 理论

接触区域内油膜厚度可用式(10)所得中心油膜厚度表示,Hamrock-Dowson 给出了等温环境时计算椭圆接触无量纲中心油膜厚度公式^[11]

$$\begin{aligned}\bar{H}_c &= \\ 2.69 \bar{U}^{0.67} \bar{G}^{0.53} \bar{W} - 0.067 (1 - 0.61 e^{-0.73 K_{ef}}) &\end{aligned}\quad (10)$$

可求得中心油膜厚度为

$$h_c = \bar{H}_c \cdot R_Y \quad (11)$$

其中无量纲速度 $\bar{U} = \frac{\eta_0 v_s}{2E'R_Y}$, 无量纲材料参数为

$\bar{G} = \zeta E'$, 无量纲载荷参数为 $\bar{W} = \frac{Q_{ji}}{E'R_Y^2}$; η_0 为常压

润滑动力黏度, ζ 为黏压系数; α_0 为滚动体接触角, n 为滚动体个数. 假设滚珠与内外圈没有相对滑动时,滚珠与内外圈接触处的平均线速度公式为

$$v_s = \frac{1}{60} n \pi D_m \left[1 - \left(\frac{D_b}{D_m} \cos \alpha_0 \right)^2 \right] \quad (12)$$

根据式(11)可求得单个滚动体与轴承内圈接触区域中心油膜厚度 h_c , 则单个滚动体与轴承内圈之间油膜刚度公式为

$$\begin{aligned}k_{ehli} &= \frac{\partial Q_{ji}}{\partial h_c} = \left(\frac{\partial h_c}{\partial Q_{ji}} \right)^{-1} = \\ & - \frac{1}{0.18023} \bar{U}^{-0.67} \bar{G}^{-0.53} Q_{ji}^{0.67} E'^{-0.067} R_{Yi}^{-1.134} \cdot \\ & (1 - 0.61 e^{-0.73 K_{ef}})^{-1}\end{aligned}\quad (13)$$

同理亦可求得单个滚动体与轴承外圈之间油膜刚度 k_{ehlo} . 则单个滚动体综合油膜刚度公式

$$k_{ehl} = \left(\frac{1}{k_{ehli}} + \frac{1}{k_{ehlo}} \right)^{-1} \quad (14)$$

根据滚动轴承工作原理可知,滚动体径向总位移量由 Hertz 弹性接触变形量与油膜厚度变化量组成,见式(15)

$$\delta_{\text{tot},j} = \delta_j + h_c \quad (15)$$

根据刚度定义可将式(14)推导为式(15)、式(16)形式

$$\frac{\partial \delta_{\text{tot},j}}{\partial Q_{ji}} = \frac{\partial \delta_j}{\partial Q_{ji}} + \frac{\partial h_c}{\partial Q_{ji}} \quad (16)$$

$$k_{\text{tot},j} = \left(\frac{1}{k_{\text{Hertz}}} + \frac{1}{k_{ehl}} \right)^{-1} \quad (17)$$

最终可求解各滚动体径向负荷

$$Q_{ji} = k_{\text{tot},j} \cdot \delta_{\text{tot},j} \quad (18)$$

变形协调条件下的各滚动体径向负荷在 Y-Z 坐标轴投影加和,应等于滚动轴承的径向外载荷如图 2.

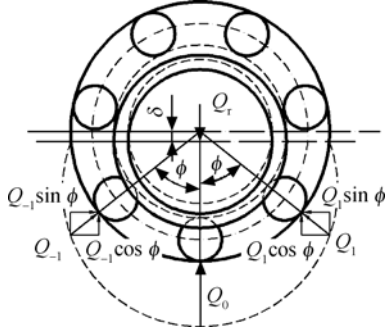


图 2 滚动轴承受力示意图
Fig. 2 Force sketch of ball bearing

表达式如下:

$$\begin{cases} Q_r = Q_{0i} + 2 \sum_{j=1}^n Q_{ji} \cos j\varphi & n\varphi < 180^\circ \\ Q_r = Q_{0i} + 2 \sum_{j=1}^n Q_{ji} \cos j\varphi + Q_{ni} & n\varphi = 180^\circ \\ \frac{Q_{ji}}{Q_{0i}} = \left(\frac{\delta_{tot,j}}{\delta_{tot,0}} \right)^{\frac{1}{n}} = \cos^{\frac{1}{n}} \varphi \end{cases} \quad (19)$$

式(19)中 Q_r 为滚动轴承径向总负荷; Q_{0i} 为 0 号滚动体径向负荷. 随后求解得到轴承支反力在 Y-Z 坐标轴投影 F_{bY} 和 F_{bZ} 为

$$\begin{cases} F_{bY} = -Q_r \frac{Y_r}{\delta} \\ F_{bZ} = -Q_r \frac{Z_r}{\delta} \end{cases} \quad (20)$$

式(20)中 Y_r, Z_r 为轴颈中心位移.

1.3 转子故障模型

1.3.1 转静碰摩故障模型

假定在转子已经处于碰摩状态,由于碰撞发生的时间间隔非常短,碰撞时静子的变形为线性变形,转子与静子的摩擦符合库仑定律^[12-13].

设 e 为转子圆盘与机匣的径向相对位移,表达式为 $e = \sqrt{Y_s^2 + Z_s^2}$, σ 为静止时转子与静子的间隙. 当 $e < \sigma$ 时,没有碰摩现象;如图 3 所示,当 $e \geq \sigma$ 时,碰摩发生,法向力 F_n 与切向摩擦力 F_t 可表示为

$$\begin{cases} F_t = fF_n \\ F_n = k_r(e - \sigma) \end{cases} \quad (21)$$

式(21)中 k_r 为碰摩刚度; f 是摩擦因数.

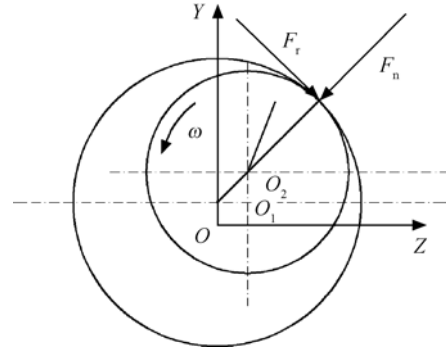


图 3 轮盘碰摩示意图

Fig. 3 Sketch of disk rubbing

将碰摩力在 Y-Z 坐标系中分解

$$\begin{bmatrix} F_{rZ} \\ F_{rY} \end{bmatrix} = -\frac{F_n}{e} \begin{bmatrix} 1 & -f \\ f & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_s \\ Y_s \end{bmatrix} \quad (22)$$

1.3.2 转子不对中故障模型

主、从转子轴线之间发生不对中故障时,由于联轴器中间齿套的运动必须同时满足两个半联轴器的要求,所以中间齿套绕质心回转角速度与转子角速度相关,且质心回转轨迹为圆形^[14-15].

联轴器中间齿套质心运动轨迹表示为

$$\begin{cases} Z_s = \Delta E \sin(2\omega t - \psi) \\ Y_s = \Delta E \cos(2\omega t - \psi) \end{cases} \quad (23)$$

式(23)中 ΔE 为当量不对中量,对于平行不对中, $\Delta E = \frac{\Delta Y_s}{2}$; 对于偏角不对中, $\Delta E = \frac{\Delta L}{2} \tan \frac{\Delta \alpha}{2}$; 其中 ΔY_s 与 $\Delta \alpha$ 为转子系统平行和角度不对中量, ΔL 为轴向相对位移量, ψ 为起始相位角(平行不对中与偏角不对中相差为 π).

由联轴器中间齿套质心运动轨迹表达式二次求导,并根据牛顿第二定律,可得联轴器中间齿套质心对从动转子系统所施加激振力为

$$\begin{cases} F_{pZ} = M_l \frac{\ddot{Z}_s}{2} = -2M_l \Delta E \omega^2 \sin(2\omega t - \psi) \\ F_{pY} = M_l \frac{\ddot{Y}_s}{2} = -2M_l \Delta E \omega^2 \cos(2\omega t - \psi) \end{cases} \quad (24)$$

式(24)中 M_l 为联轴器中间齿套质量.

2 动力学计算步骤及算例

动力学计算步骤如下:

1) 以航空发动机转子实验台为研究对象,确定转子轴段质量、刚度、阻尼等参数,运用有限元集中质量法建立转子-轮盘系统计算模型.

2) 综合考虑 EHL 理论及 Hertz 弹性接触理

论,基于 6306 型深沟球轴承参数,建立滚动轴承力学模型,运用牛顿法求解综合刚度,应用非线性最小二乘法进行拟合计算,得出滚动轴承径向位移与轴承力非线性关系式。

3) 基于碰摩间隙、刚度与齿套联轴器参数,结合转静碰摩与转子不对中故障机理,建立转子系统故障力学模型。

4) 耦合非线性滚动轴承力、碰摩力以及不对中力等外力,建立故障状态下转子-滚动轴承系统动力学微分方程组,设置系统参数初始值,运用龙格库塔数值解法进行求解。

算例参数见表 1 和表 2。

表 1 转子参数

Table 1 Parameters of rotor

参数	数值
$(K_1 = K_2 = K_3 = K_4)/10^7 \text{ (N/m)}$	2.5
$(C_1 = C_4)/(\text{N} \cdot \text{s/m})$	1050
$(C_2 = C_3)/(\text{N} \cdot \text{s/m})$	2100
M_{s1}/kg	15
M_{r1}/kg	1
M_{r2}/kg	2.09
M_{r3}/kg	1
M_{s2}/kg	12
M_l/kg	5
e_1/mm	0.010
e_2/mm	0.005

表 2 滚动轴承参数

Table 2 Parameters of ball bearing

参数	数值
D_b/mm	8.731
D_m/m	0.032
$n/\text{个}$	7
α_0/rad	0
$\eta/(\text{Pa} \cdot \text{s})$	0.08
$\zeta/10^{-8} (\text{m}^2/\text{N})$	2.2
$\mu/\mu\text{m}$	2.3

3 结果分析

3.1 碰摩故障时不同系统下的响应分析

由于高速转子-滚动轴承系统属于动支承刚度系统,采用传统刚性支承法所求系统临界转速

不够精确,故采用动刚度作图法(如图 4)求解仅考虑 Hertz 弹性接触理论的碰摩故障转子系统临界转速(ω_H)及考虑 EHL 理论和 Hertz 弹性接触理论的碰摩故障转子系统的临界转速(ω_k),系统参数为 $k_r=9 \times 10^7 \text{ N/m}$, $\sigma=37 \mu\text{m}$, $\mu=2 \mu\text{m}$, 计算所得结果分别为: $\omega_H=1010 \text{ rad/s}$ 和 $\omega_k=1150 \text{ rad/s}$ 。

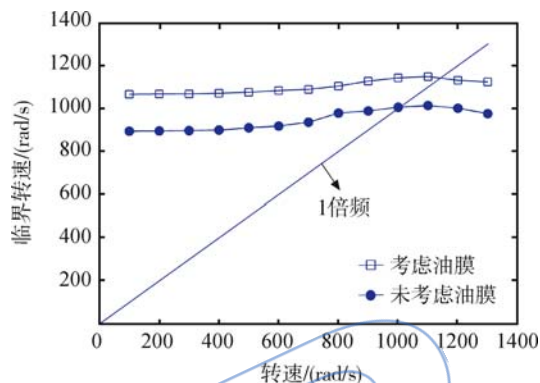


图 4 转子系统临界转速计算图

Fig. 4 Calculation diagram of the critical speed of rotor system

当滚动轴承模型中仅考虑 Hertz 弹性接触理论时,计算得到转子系统在碰摩故障下, O_1 节点 Z 方向位移响应随转速在区间 $[200, 3000] \text{ rad/s}$ 变化时的分岔图(如图 5)。当转速 $\omega < 600 \text{ rad/s}$ 时,由于滚动轴承内部刚度周期变化所引发的 VC(varying compliance) 振动的影响,系统表现为拟周期运动;在亚临界转速 $\omega \in [600, 1010] \text{ rad/s}$ 时,系统处于周期 1 运动,而在 $\omega = 880 \text{ rad/s}$ 附近出现阵发性拟周期解;系统在临界转速 $\omega = 1010 \text{ rad/s}$ 时,进入拟周期运动状态,并持续至

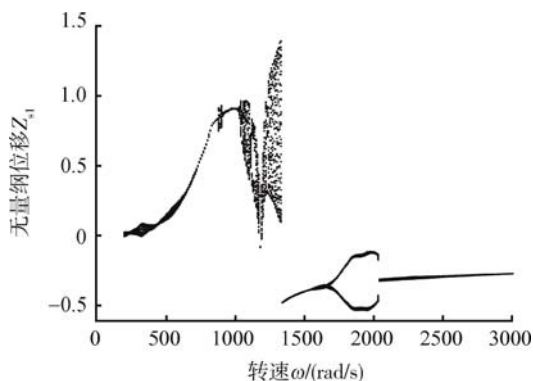


图 5 仅考虑 Hertz 弹性接触理论的碰摩故障转子系统位移响应分岔图

Fig. 5 Bifurcation diagram in displacement response of rotor system based on Hertz theory with rubbing fault

$\omega=1340\text{ rad/s}$, 在此区间伴随有周期窗口的出现; 随后在 1340 rad/s 附近出现跳跃现象, 突变为周期 1 运动; 在区间 $[1650, 2030]\text{ rad/s}$ 时, 系统分岔为周期 2 运动; 当 $\omega>2030\text{ rad/s}$ 时, 系统响应出现跳跃现象, 并倒分岔为周期 1 运动。

当滚动轴承模型中综合考虑 Hertz 弹性接触理论与 EHL 理论时, 计算得到转子系统在碰摩故障下, O_1 节点 Z 方向位移响应随转速变化 $[200, 3000]\text{ rad/s}$ 分岔图 (如图 6)。当转速 $\omega<800\text{ rad/s}$ 时, 系统为拟周期运动; 当亚临界转速 $\omega\in[800, 1150]\text{ rad/s}$ 时, 系统为周期 1 解, 并在 $\omega=1030\text{ rad/s}$ 附近出现阵发性周期 2 解; 系统在临界转速 $\omega=1150\text{ rad/s}$ 时, 进入拟周期运动状态, 并持续至 $\omega=1540\text{ rad/s}$, 在此区间伴随有周期窗口的出现; 当 $\omega>1540\text{ rad/s}$ 时, 系统主要为周期 1 运动, 并在区间 $[2040, 2280]\text{ rad/s}$ 与区间 $[2500, 2600]\text{ rad/s}$ 时, 分别发生阵发性周期 2 运动和拟周期运动。对比图 5 与图 6 可知, 对于仅考虑 Hertz 弹性接触理论的系统 and 综合考虑 Hertz 弹性接触理论与 EHL 理论的系统, 后者进入拟周期运动

与周期 2 运动状态时的转速较前者明显提高, 周期 2 解所处转速区间比前者小, 且后者在区间 $[2500, 2600]\text{ rad/s}$ 发生阵发性拟周期运动, 而前者为周期 1 解, 说明考虑 EHL 理论对碰摩故障下转子系统随转速变化的位移响应有非常大的影响。

对比图 7 与图 8, 图 7(c) 出现明显的连续谱

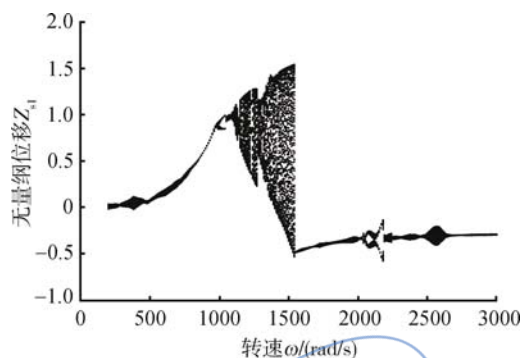
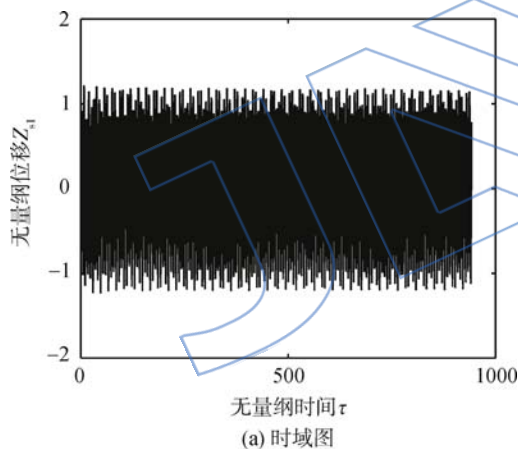
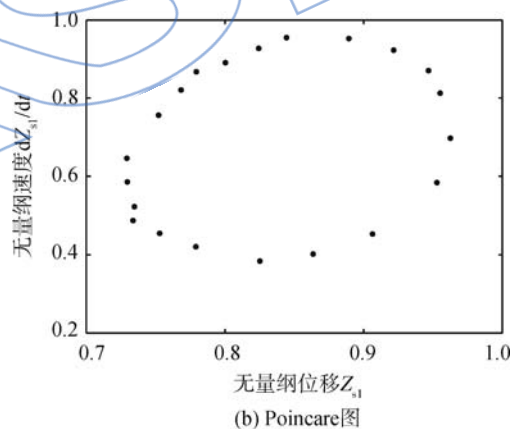


图 6 考虑 EHL 理论和 Hertz 弹性接触理论的碰摩故障转子系统位移响应分岔图

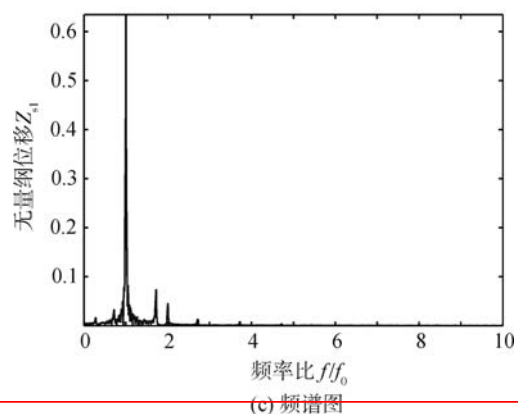
Fig. 6 Bifurcation diagram in displacement response of rotor system based on EHL and Hertz theory with rubbing fault



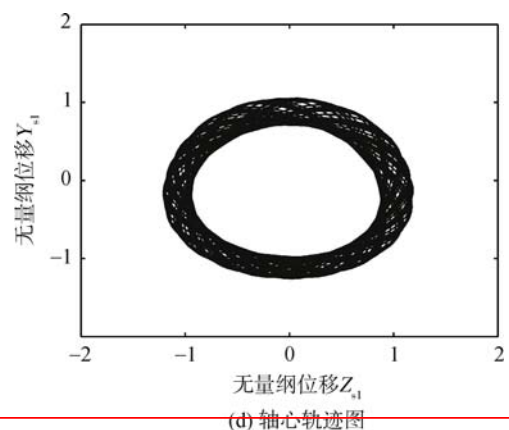
(a) 时域图



(b) Poincare图



(c) 频谱图



(d) 轴心轨迹图

图 7 $\omega=1010\text{ rad/s}$ 时, 碰摩故障下考虑 Hertz 弹性接触理论转子系统的时域图、Poincare 图、频谱图、轴心轨迹图
Fig. 7 Time-domain diagram, Poincare map, spectrum diagram and orbit plot of rotor system based on Hertz theory with rubbing fault when $\omega=1010\text{ rad/s}$

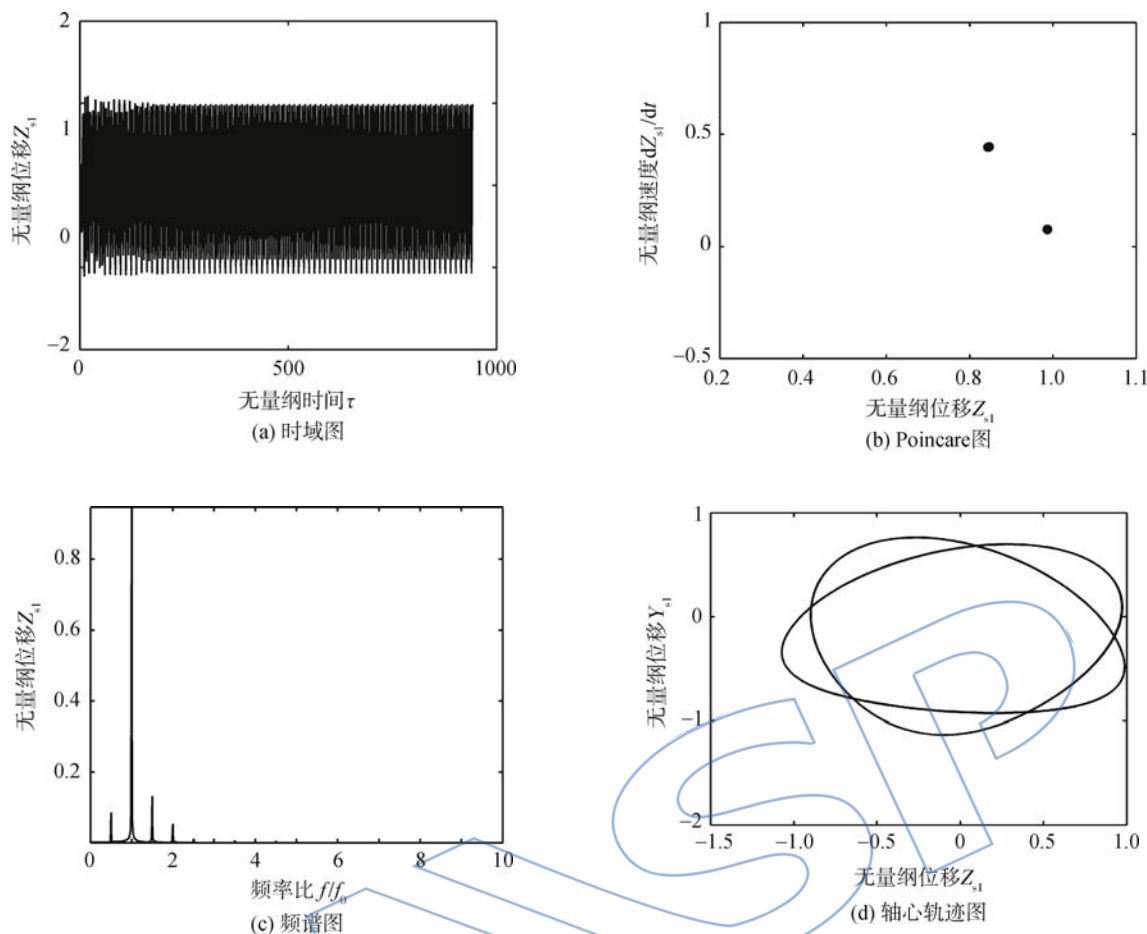


图 8 $\omega=1010 \text{ rad/s}$ 时,碰摩故障下考虑 EHL 理论和 Hertz 弹性接触理论转子系统的时域图、Poincare 图、频谱图、轴心轨迹图

Fig. 8 Time-domain diagram, Poincare map, spectrum diagram and orbit plot of rotor system based on EHL and Hertz theory with rubbing fault when $\omega=1010 \text{ rad/s}$

现象,并由图 7(b)所得 Poincare 图可知系统做拟周期运动,图 7(d)体现出轴心轨迹为典型的碰摩折返现象;图 8(c)出现明显的 $1/2$ 倍频、 $3/2$ 倍频和 2 倍频现象,由图 8(b)所得 Poincare 图及图 8(d)轴心轨迹图可知系统做周期 2 运动.说明两系统在转速 $\omega=1010 \text{ rad/s}$ 时,碰摩故障下的时域图、Poincare 图、频谱图及轴心轨迹图存在较大区别.

3.2 碰摩-不对中耦合故障时不同系统下的响应分析

基于仅考虑 Hertz 弹性接触理论的滚动轴承模型时,系统参数为 $k_r=1 \times 10^7 \text{ N/m}$, $\sigma=10 \mu\text{m}$, $\mu=3 \mu\text{m}$,计算得到转子系统在碰摩-不对中耦合故障下, O_1 节点 Z 方向位移响应随转速在区间 $[1500, 3000] \text{ rad/s}$ 变化分岔图(如图 9). 转速 $\omega \in [2030, 2360] \text{ rad/s}$ 时,系统由周期 1 运动进入拟周期状态再至混沌状态,随后做周期 2 运动并

出现倒分岔现象.

当滚动轴承模型中综合考虑 Hertz 弹性接触理论与 EHL 理论时,计算得到转子系统在碰摩-不对中耦合故障下, O_1 节点 Z 方向位移响应随转速变化 $[1500, 3000] \text{ rad/s}$ 分岔图(如图 10). 当转速 $\omega \in [2230, 2330] \text{ rad/s}$ 时,系统由周期 1 解分岔为周期 2 解,随后在 $\omega \in [2330, 2800] \text{ rad/s}$ 区间,系统进入拟周期和混沌状态,并伴随有周期窗口的出现.对比图 9 与图 10 可知,对于仅考虑 Hertz 弹性接触理论的系统 and 综合考虑 Hertz 弹性接触理论与 EHL 理论的系统,不同于前者先由周期 1 解进入拟周期运动,随后进入混沌状态;后者则先由周期 1 解分岔为周期 2 解再进入拟周期运动,且进入拟周期状态时的转速较前者明显提高,说明考虑 EHL 理论对碰摩-不对中耦合故障下转子系统随转速变化的位移响应有非常大的影响.

对比图 11 与图 12,图 11(c)出现连续谱现象

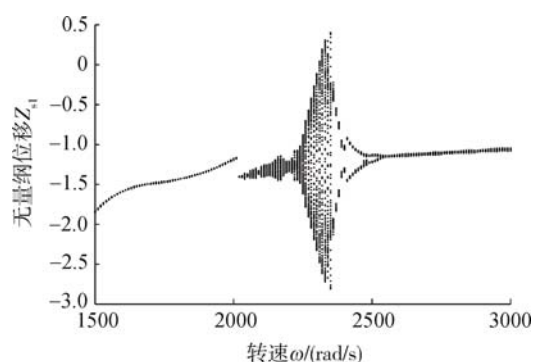


图 9 仅考虑 Hertz 弹性接触理论的碰摩-不对中耦合故障转子系统位移响应分岔图

Fig. 9 Bifurcation diagram in displacement response of rotor system based on Hertz theory with rubbing-misalignment coupling fault

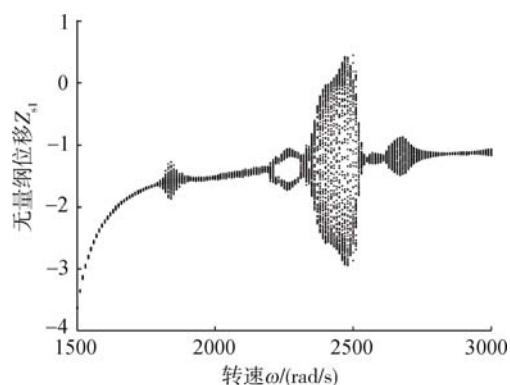


图 10 考虑 EHL 理论和 Hertz 弹性接触理论的碰摩-不对中耦合故障转子系统位移响应分岔图

Fig. 10 Bifurcation diagram in displacement response of rotor system based on EHL and Hertz theory with rubbing-misalignment coupling fault

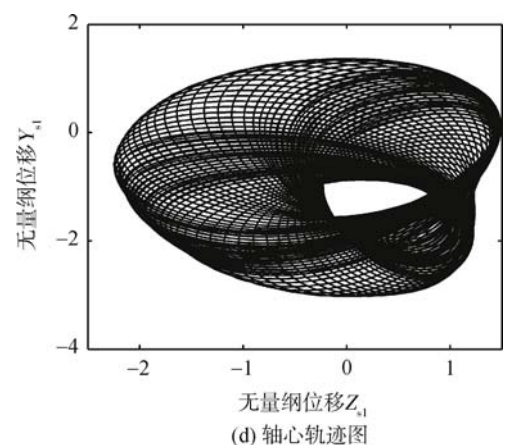
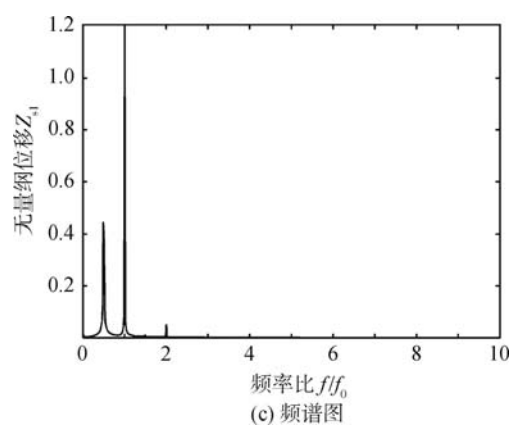
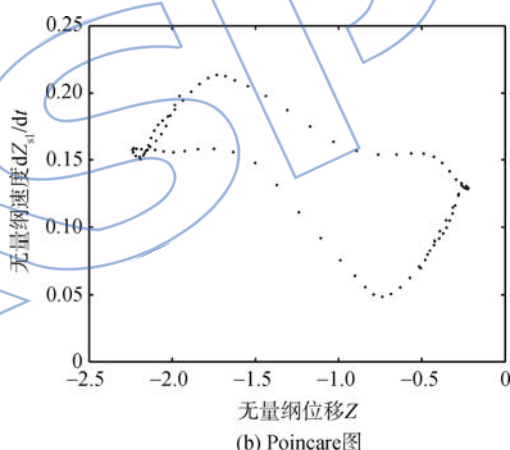
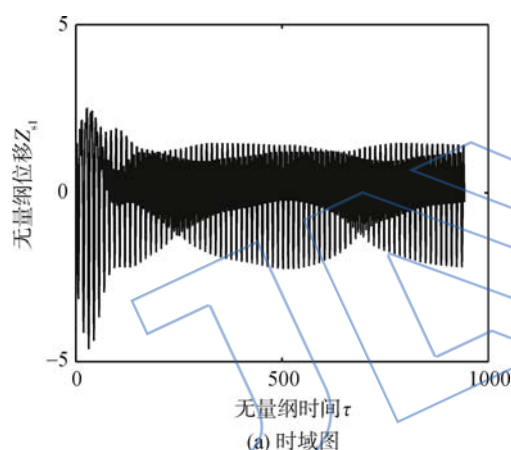


图 11 $\omega=2300 \text{ rad/s}$ 时, 碰摩-不对中耦合故障下考虑 Hertz 弹性接触理论转子系统的时域图、Poincare 图、频谱图、轴心轨迹图

Fig. 11 Time-domain diagram, Poincare map, spectrum diagram and orbit plot of system based on Hertz theory with rubbing-misalignment coupling fault when $\omega=2300 \text{ rad/s}$

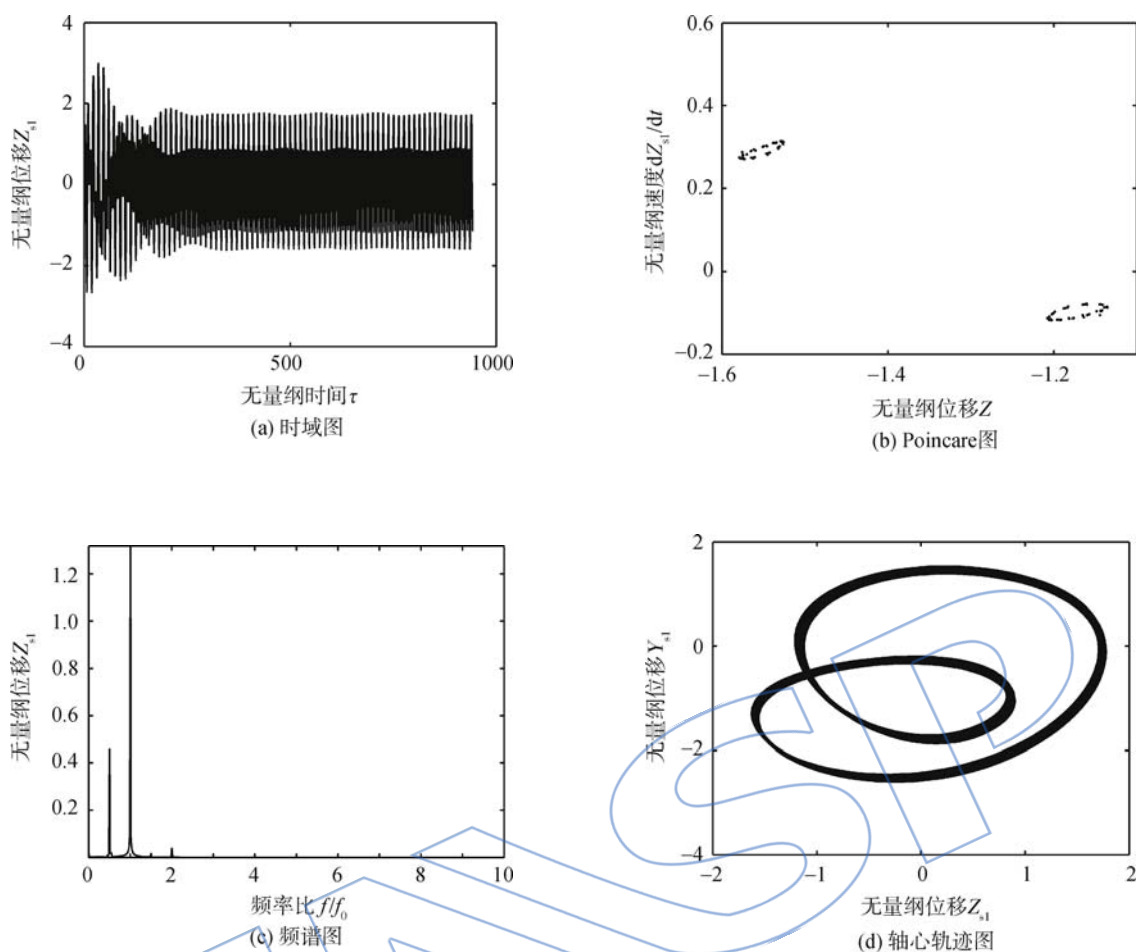


图 12 $\omega=2300\text{rad/s}$ 时,碰摩-不对中耦合故障下考虑 EHL 和 Hertz 弹性接触理论转子系统的时域图、Poincaré 图、频谱图、轴心轨迹图

Fig. 12 Time-domain diagram, Poincaré map, spectrum diagram and orbit plot of rotor system based on EHL and Hertz theory with rubbing-misalignment coupling fault when $\omega=2300\text{rad/s}$

并伴随有明显的 $1/2$ 倍频与 2 倍频分量,由图 11(b)所得封闭曲线可知系统做拟周期运动,图 11(d)体现出轴心轨迹为典型的严重碰摩折返现象;图 12(c)出现明显 $1/2$ 倍频与较弱 2 倍频分量,由图 12(b)所得 Poincaré 图中两个封闭的圆环及图 12(d)轴心轨迹图可知系统做拟周期运动.说明两系统在转速 $\omega=2300\text{rad/s}$ 时,碰摩-不对中耦合故障下的时域图、Poincaré 图、频谱图及轴心轨迹图存在区别.

当 $\omega=2500\text{rad/s}$ 时,计算得到图 13 和图 14 结果.可知两系统 1 倍频 $f_0=397.89\text{Hz}$,在 2 倍频处的幅值与当量不对中量成正比变化关系,但在同一工况下,仅考虑 Hertz 弹性接触理论的系统 2 倍频处的幅值大于考虑 EHL 理论和 Hertz 弹性接触理论系统的幅值;随着当量不对中量增大,仅考虑 Hertz 弹性接触理论的系统 2 倍频现象越来越明显,主要体现在 $1/2$ 倍频处幅

值较大,而考虑 EHL 理论和 Hertz 弹性接触理论的系统 2 倍频现象一直较弱.说明考虑 EHL

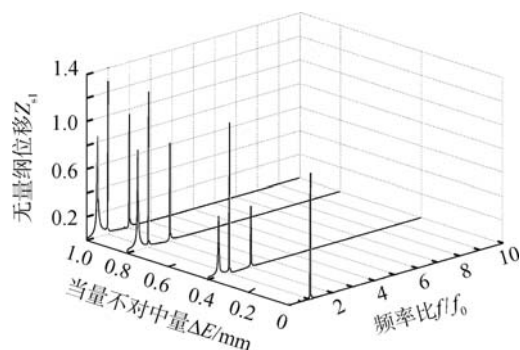


图 13 考虑 Hertz 弹性接触理论时,当量不对中参数对耦合故障转子系统振动影响

Fig. 13 Influence of equivalent misalignment parameters in vibration responses of rotor system based on Hertz theory with coupling fault

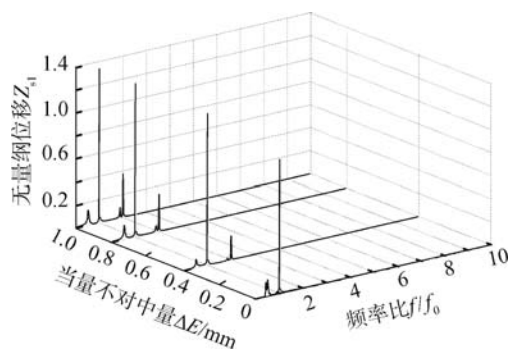


图 14 考虑 Hertz 弹性接触理论和 EHL 理论时,
当量不对中参数对耦合故障
转子系统振动影响

Fig. 14 Influence of equivalent misalignment parameters
in vibration responses of rotor system based on
Hertz and EHL theory
with coupling fault

理论系统时,耦合故障转子 1/2 倍频与 2 倍频处的
振动响应均弱于未考虑 EHL 理论的系统,耦
合故障特征幅值没有被过分夸大,使故障特征频
率与系统工频所占能量分布更加准确。

4 实验验证

实验基于带机匣航空发动机转子实验台如图
15,进行点碰摩与联轴器不对中故障测试,在靠近
叶片机匣以及两端轴承支座上装有 PCB-356A26
型 ICP(internal electronics piezoelectric)的加速度
传感器来采集振动信号.通过调节碰摩环来控制
碰摩间隙以模拟转静碰摩故障;联轴器不对中故
障通过调节轴承水平位置来实现^[16]。

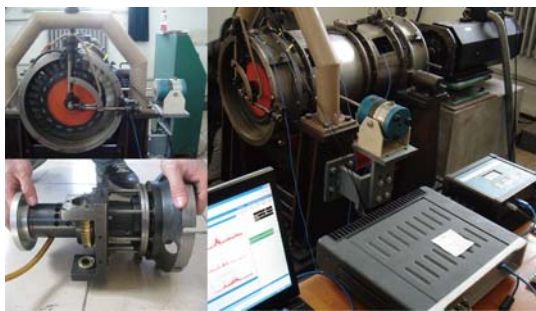
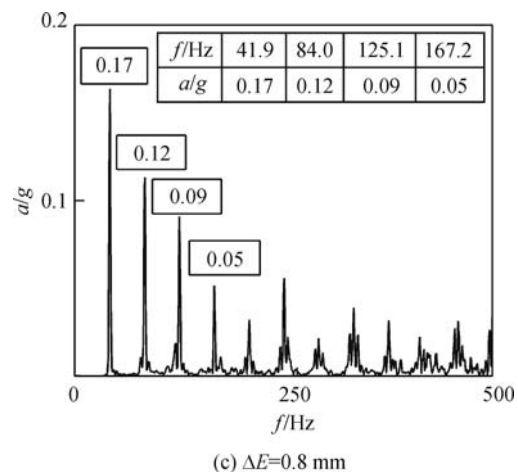
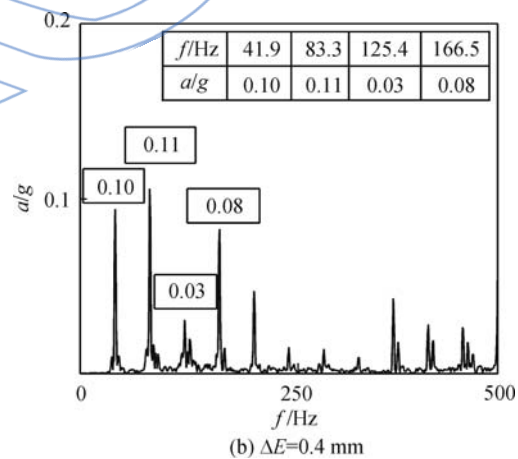
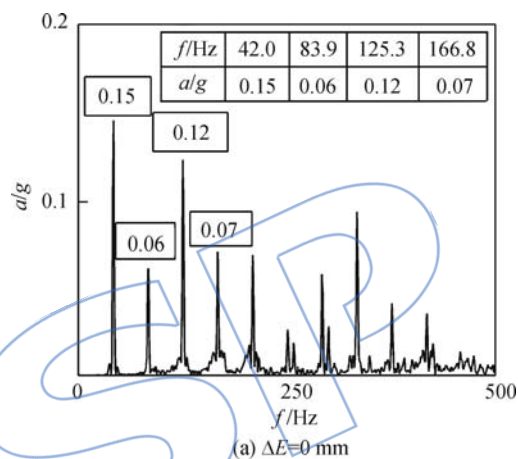


图 15 航空发动机转子实验台照片

Fig. 15 Photo of rotor rig of aero-engine

图 16 为实验测得 2500 r/min 时碰摩-不对中
耦合故障作用下转子系统振动频谱图,图中 a/g
为无量纲振动幅值.从图中可以看出,当量不对中
量 ΔE 增加时,频谱图中 2 倍频量振动幅值随之
增大,并且伴随出现高频分量,这与图 12 和图 13

的仿真结果趋势基本相同,说明是否考虑 EHL
理论不会改变系统的故障特征信息;但图 12 中出
现较明显 1/2 倍频分量,图 13 中低频分量则较
弱,图 13 计算结果与图 16 实验结果较吻合,说明
考虑 EHL 理论的模型比不考虑 EHL 理论的模
型更准确体现耦合故障转子系统的振动响应.由
于实验台架结构较复杂,零部件繁多,并且多故障
耦合实验难以在理想工况下进行,导致结果存在
少量误差。



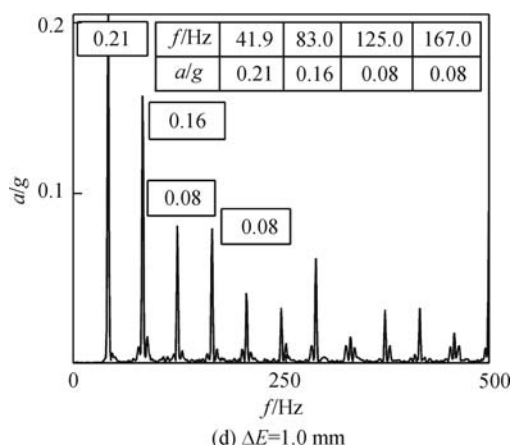


图 16 碰摩-不对中耦合故障作用下载子系统振动频谱图

Fig. 16 Spectrum diagram of rotor system vibration under rubbing-misalignment coupling fault

5 结 论

1) 在仅考虑碰摩故障和碰摩-不对中耦合故障作用下,建立了基于 EHL 理论与 Hertz 弹性接触理论的转子-滚动轴承系统的动力学模型,运用龙格库塔数值方法进行求解得到各工况下载子系统振动特征图。

2) 通过对未考虑与考虑 EHL 理论的故障转子系统运动分岔图的比较,发现是否考虑 EHL 理论对单一碰摩故障及碰摩-不对中耦合故障作用下系统随转速变化的位移响应有非常大的影响,后者进入拟周期状态时的转速较前者明显提高,考虑 EHL 理论更利于系统的稳定性,这对故障状态下载子-滚动轴承系统的瞬态响应分析具有重要意义。

3) 通过对未考虑与考虑 EHL 理论的故障转子系统运动的时域图、频谱图、Poincare 图以及轴心轨迹图的比较,发现是否考虑 EHL 理论的特定转速下这些运动图形存在区别。这对故障状态下载子-滚动轴承系统的稳态响应分析具有重要意义。

4) 计算与实验结果表明,当量不对中量 ΔE 增加时,频谱图中 2 倍频量振动幅值随之增大,并且伴随出现高频分量,实验与仿真结果趋势基本相同,说明是否考虑 EHL 理论不会改变系统的故障特征信息;考虑 EHL 理论系统时,耦合故障转子 1/2 倍频与 2 倍频处的振动响应均弱于未考虑 EHL 理论的系统,耦合故障特征幅值没有被过分夸大,使故障特征频率与系统工频所占能量

分布更加准确,这与实验结果较吻合,说明考虑 EHL 理论的模型比未考虑 EHL 理论的模型更准确体现耦合故障转子系统的振动响应。

参考文献:

- [1] 陈予恕,张华彪. 航空发动机整机动力学研究进展与展望[J]. 航空学报,2011,32(8):1371-1391.
CHEN Yushu, ZHANG Huabiao. Review and prospect on the research of dynamics of complete aero-engine systems[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2011, 32(8): 1371-1391. (in Chinese)
- [2] Chen G. A new rotor-ball bearing-stator coupling dynamics model for whole aero-engine vibration[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2009, 131(6): 061009. 1-061009. 9.
- [3] 陈果,李兴阳. 航空发动机整机振动中的不平衡-不对中-碰摩耦合故障研究[J]. 航空动力学报, 2009, 24(10): 2278-2284.
CHEN Guo, LI Xingyang. Study on imbalance-misalignment-rubbing coupling faults in aero-engine vibration[J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(10): 2278-2284. (in Chinese)
- [4] Sarangi M, Majumdar B C, Sekhar A S. Stiffness and damping characteristics of lubricated ball bearings considering the surface roughness effect[J]. Journal of Engineering Tribology, 2004, 218(6): 529-539.
- [5] 张彤,王占彬,王晓力. 弹流润滑球轴承-转子系统非线性动力学分析[J]. 北京理工大学学报, 2012, 32(3): 244-247.
ZHANG Tong, WANG Zhanbin, WANG Xiaoli. Analysis of the nonlinear dynamic behaviors of a rotor-ball bearing system with elasto-hydrodynamic lubrication[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2012, 32(3): 244-247. (in Chinese)
- [6] 邓四二,贺凤祥,杨海生,等. 航空发动机双转子-滚动轴承耦合系统的动力特性分析[J]. 航空动力学报, 2010, 25(10): 2386-2395.
DENG Sier, HE Fengxiang, YANG Haisheng, et al. Analysis on dynamic characteristics of a dual rotor-rolling bearing coupling system for aero-engine[J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25(10): 2386-2395. (in Chinese)
- [7] SHEN Xiaoyao, JIA Jiuhong, ZHAO Mei, et al. Experimental and numerical analysis of nonlinear dynamics of rotor-bearing-seal system[J]. Nonlinear Dynamics, 2008, 53(1): 31-44.
- [8] 李振平,罗跃纲,姚红良,等. 考虑油膜力的弹性转子系统碰摩故障研究[J]. 东北大学学报: 自然科学版, 2002, 23(10): 980-983.
LI Zhenping, LUO Yuegang, YAO Hongliang, et al. Non-linear dynamic study of the elastic rotor-bearing system with rub-impact fault[J]. Journal of Northeastern University: Natural Science, 2002, 23(10): 980-983. (in Chinese)
- [9] Sinou J J. Non-linear dynamics and contacts of an unbal-

- anced flexible rotor supported on ball bearings[J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44(9): 1713-1732.
- [10] Harsha S P. Nonlinear dynamic analysis of a high-speed rotor supported by rolling element bearings[J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 290(1/2): 65-100.
- [11] 赵联春. 球轴承振动的研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2003.
ZHAO Lianchun. Research on vibration of ball bearings [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2003. (in Chinese)
- [12] 袁惠群, 王正浩, 闻邦椿. 弹性机匣双盘碰摩转子系统的稳定性[J]. 振动与冲击, 2010, 29(8): 52-54.
YUAN Huiqun, WANG Zhenghao, WEN Bangchun. Analysis on stability of dual-discs rub-impact rotor with consideration of casing elasticity[J]. Journal of Vibration and Shock, 2010, 29(8): 52-54. (in Chinese)
- [13] 李朝峰, 李鹤, 马辉, 等. 碰摩故障多自由度转子-轴承系统周期运动稳定性研究[J]. 机械工程学报, 2010, 46(11): 107-113.
LI Chaofeng, LI He, MA Hui, et al. Bifurcation and stability of the flexible rotor-bearing system with rub-impact by a continuum model[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(11): 107-113. (in Chinese)
- [14] Patel T H, Darpe A K. Vibration response of misaligned rotors[J]. Journal of Sound and Vibration, 2009, 325(3): 609-628.
- [15] 张俊红, 马梁, 马文朋, 等. 不平衡-碰摩-不对中故障耦合作用下柔性转子-滚动轴承系统动力学分析与实验[J]. 天津大学学报, 2012, 45(10): 855-864.
ZHANG Junhong, MA Liang, MA Wenpeng, et al. Experiment and dynamic analysis of flexible rotor-ball-bearing system with unbalance-rubbing-misalignment coupling faults[J]. Journal of Tianjin University, 2012, 45(10): 855-864. (in Chinese)
- [16] 李勇, 姜广义, 王德友, 等. 转静件碰摩状态下的叶片振动载荷和振动特性测试分析[J]. 航空动力学报, 2008, 23(11): 1988-1992.
LI Yong, JIANG Guangyi, WANG Deyou, et al. Test analysis of blades vibration load and vibration characteristics on the condition of rotor and stator rubbing[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(11): 1988-1992. (in Chinese)